

ремещения  $\overline{x_2, x_{(n-1)}}$  будет две, а для  $x_1$  – одна  $W_1(j\omega) = \frac{W_1(j\omega)}{1 - W_1(j\omega)W_1^2(j\omega)W_2(j\omega)}$ ,

для  $x_n$  будет передаточная функция  $W_{(n)n}(j\omega) = \frac{x_n(j\omega)}{x_{(n-1)}(j\omega)} = W_{(n-1)(n-1)}W_n$ .

Сравнивая (10) и (24), видим, их общую математическую аналогию. А это означает, что КС с  $n$  степенями свободы образуется попарными КС с двумя степенями свободы. Это наглядно видно из рис. 4. Максимальные значения перемещений  $x_k(j\omega), k = \overline{1, n}$  возникают при знаменателе в (24), равном нулю. Резонансные (собственные) частоты определяются из знаменателя в (24), приравненного к нулю. Здесь образуются уравнения

$$\omega^4 - \left[ \frac{c_k + c_{(k+1)}}{m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} \right] + \frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} = 0, \quad k = \overline{1, n}, \quad (25)$$

$$\omega^2 [b_k m_k + b_k m_{(k+1)} + b_{(k+1)} m_k] - b_{(k+1)} c_k - b_k c_{(k+1)} = 0. \quad (26)$$

Из уравнения (25) определяются резонансные частоты каждой пары  $(x_k, x_{k+1})$ , входящую в КС с двумя степенями свободы. Эти частоты записываются выражением

$$\omega_{pk(1,2)} = \left\langle \frac{1}{2} \left[ \frac{c_k + c_{(k+1)}}{m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} \right] \pm \left\{ \frac{1}{4} \left[ \frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} \right]^2 - \frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} \right\}^{\frac{1}{2}} \right\rangle^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

Заметим, что выражение (24) и (20) математически аналогичны. Для перемещения  $x_n$ , кроме (27) имеются еще резонансные частоты, вид которых был определен для диссипативной КС с одной степенью свободы выражением (27). В нашем случае

$$\omega_{pn(1,2)} = \left( \frac{c_n}{m_n} \pm \frac{b_n}{2m_n^2} \sqrt{b_n^2 - 4m_n c_n} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

Особенности анализа (28) приведены при анализе (7). Из уравнения (26) имеем еще одну резонансную частоту

$$\omega_{pk(3)} = \left[ \frac{b_{(k+1)} c_k + b_k c_{(k+1)}}{b_k m_k + b_k m_{(k+1)} + b_{(k+1)} m_k} \right]^{\frac{1}{2}},$$

которая является функцией от параметров  $b_k, b_{(k+1)}, c_k, c_{(k+1)}, m_k, m_{(k+1)}$ .

Таким образом, располагая параметрами КС или задаваясь ими и предусматривая связь в виде, изображенной на рисунке 3 строится структурная КС с  $n$  степенями свободы, а затем в соответствии с предложенным методом расчетным путем в замкнутой форме определяются все собственные (резонансные) частоты данной КС.

**Список литературы:** 1. Андре Анго. Математика для электро- и радиотехников. М.: Наука, 1965. – 780с. 2. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 560с. 3. Божко А.Е., Голуб Н.М. Динамико-энергетические связи колебательных систем. Киев: Наук. думка, 1980. – 188с. 4. Вибрации в технике. В 6-ти т. Колебания линейных систем / Под ред. В.В. Болотина. – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 1. – 352с. 5. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1979. – 384с.

Поступила в редколлегию 25.04.09

УДК 620.169.2.

**Н.Н. ИШИН**, канд. техн. наук, доцент, начальник отдела ОИМ НАН Беларуси  
**А.М. ГОМАН**, канд. техн. наук, доцент, вед. научный сотрудник ОИМ НАН Беларуси

## УСКОРЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС НА КОНТАКТНУЮ ВЫНОСЛИВОСТЬ

Предложен метод, позволяющий уменьшить более чем на порядок длительность трудоемких и дорогостоящих ресурсных испытаний зубчатых колес за счет сокращения числа испытываемых образцов, ускорить внедрение новых перспективных материалов и технологий упрочнения, улучшающих эксплуатационные свойства зубчатых передач приводных механизмов.

The method allowing to reduce more than 10 times duration of labour-consuming and expensive resource tests of cogwheels due to reduction of number of tested samples, to accelerate introduction of new perspective materials and the technologies of hardening improving operational properties of the driven mechanisms tooth gears is offered.

**Актуальность задачи.** Ресурсные испытания приводных механизмов на основе зубчатых передач в значительной степени определяют сроки освоения серийного производства, а также себестоимость новой техники. Традиционные способы и методы испытаний (стендовые и полигонные) новых конструкций зубчатых передач требуют значительного времени, трудовых и энергетических затрат, поскольку, к примеру, для получения одной точки на кривой контактной выносливости зубьев требуется, как минимум, провести испытание одной зубчатой пары (шестерня-колесо), а лучше 3-4-х, для повышения достоверности определения ее положения. В то же время испытания одной зубчатой пары могут длиться от 100 до 1000 и более часов.

Из всех видов ресурсных испытаний наибольшего внимания заслуживают ускоренные [1], так как они могут обеспечивать сокращение длительности и стоимости экспериментальных работ. Ускорение испытаний, как правило, достигается путем ужесточения режимов работы передачи. При этом следует учитывать, что почти каждый деструктивный процесс имеет свою критическую скорость, при переходе через которую происходят его качественные изменения. Поэтому режимы ускоренных испытаний должны назначаться такими, чтобы эта критическая область не была достигнута и, следовательно, качественная сторона процесса разрушения оставалась неизменной, т.е. вид и характер разрушения соответствовал бы эксплуатационному. Выбор форсированного режима при испытаниях зубчатых передач требует детального анализа условий, приводящих к отказам. Это чрезвычайно трудная задача, требующая проведения больших предварительных исследований.

В процессе испытания зубчатых передач наблюдается значительный разброс результатов, как по ресурсам, так и по величине предела усталости. Вследствие этого результаты испытаний должны подвергаться статистической обработке, в результате которой взамен обычной кривой усталости строится полная вероятностная диаграмма усталости, отображающая зависимость между действующими нагрузками и сроком службы до разрушения или другого предельного состояния при различной вероятности безотказной работы. Обычно испытания проводятся на 4-6 уровнях нагружения (по несколько зубчатых пар на каждом). Стабильные данные по долговечности можно получить только в результате испытаний большого числа образцов на каждом уровне (20 и более). Только при этом кривые усталости при больших вероятностях безотказной работы являются надежными [2].

**Постановка задачи исследования.** Из вышесказанного можно заключить, что существующие методы ускорения испытаний зубчатых передач основываются, как правило, на форсировании нагрузочных и скоростных режимов при испытаниях, не меняя в сущности известных подходов, что не позволяет кардинально изменить затраты на проведение испытаний. Поэтому разработка новых методов, позволяющих сократить время и материальные затраты при проведении оценки конструкции и качества изготовления приводных механизмов, при создании новых и модернизации существующих образцов объектов машиностроения, по-прежнему остается важной и актуальной задачей.

Одним из наиболее перспективных путей сокращения длительности испытаний является развиваемый в ОИМ метод сравнительной оценки служебных характеристик сопоставляемых конструкционных и технологических решений путем исследований зубчатых пар с передаточным отношением, равным единице, и рассмотрением каждой сопрягаемой пары зубьев передачи, как отдельного объекта исследований, имеющего отличную от других пар зубьев динамическую составляющую нагрузки из-за различий шагов зацепления, возникающих вследствие погрешностей изготовления и сборки [3].

Вследствие этого процессы расходования ресурсов работоспособности, происходящие в каждой паре зубьев, протекают во времени по-разному. Поэтому при испытаниях двух зубчатых колес с передаточным отношением, равным единице, рассматривая при этом каждую пару зубьев как отдельный объект испытаний, можно построить блок нагруженности каждой сопрягаемой пары зубьев и получить обширную информацию о процессах износа, накопления усталостных повреждений, виброактивности передачи. Такой подход позволяет значительно сократить количество испытываемых зубчатых колес, время проведения испытаний, но требует тщательных измерений точностных параметров подготавливаемых к испытаниям зубчатых колес.

Одновременно следует отметить, что предложенный новый подход вполне сочетается с одновременным использованием традиционных методов форсирования испытаний.

Точная оценка нагруженности отдельных зубьев может быть осуществлена посредством прямого тензометрирования. Однако осуществление тензометрирования всех зубьев колеса, вследствие достаточно высокой сложности и трудоемкости этой операции вряд ли целесообразно. Поскольку динамическая составляющая нагрузки во многом определяет виброакустическую активность зубчатой передачи [4-6], то данная проблема может быть решена путем одновременного фиксирования в реальном масштабе времени нагруженности и виброактивности при работе в зацеплении тензометрируемого зубца. На основании полученных данных, может быть установлена связующая эти параметры корреляционная зависимость, использование которой, позволяет по амплитуде виброимпульсов, генерируемых не тензометрируемыми зубьями, оценить их действительную нагруженность [3].

При этом, в случае наличия у испытуемой передачи типовых для данной группы колес погрешностей изготовления, исследование может быть завершено на одной зубчатой паре, с тестированием нагруженности и виброактивности зубьев на заданных режимах испытаний.

По результатам испытаний может быть также оценено соответствие действительных технических характеристик редукторов планируемым, включая ориентировочный ресурс их работоспособности, определены рациональные режимы эксплуатации, принято решение о возможности доводки или отказа от рассматриваемого конструкционного решения.

**Методы исследования.** В Объединенном институте машиностроения НАН Беларуси проведена отработка нового метода, в ходе которой были выполнены следующие работы: изготовлены и методом поэлементного контроля определены точностные параметры четырех пар экспериментальных зубчатых колес, проведена расчетная оценка нагруженности и ресурсов отдельных пар зубьев, на стенде с замкнутым силовым контуром проведены ресурсные испытания зубчатых колес и экспериментальная оценка нагруженности с применением методов тензометрирования и вибродиагностики зубчатых со-

пряжений, показана возможность построения кривой контактной выносливости по результатам испытаний пары зубчатых колес.

Ниже изложена методика расчетно-экспериментального построения кривой контактной усталости рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес, в которой каждая пара сопряженных зубьев рассматривается как отдельный объект испытаний.

1. По нагружающему моменту  $M$  определяется номинальная статическая окружная сила  $P_{ст}$  на делительном диаметре:

$$P_{ст} = \frac{2000M_1}{d_1}, \text{ Н}, \quad (1)$$

где  $M_1$  – нагружающий момент, приложенный к шестерне, Н·м;  $d_1 = mz_1$  – делительный диаметр шестерни, мм;  $m$  – модуль передачи, мм;  $z_1$  – число зубьев шестерни.

2. Вычисляется сближение  $w_0$  по нормали не ударяющейся пары зубьев:

$$w_0 = \frac{P_{ст}}{\lambda}, \text{ мкм}, \quad (2)$$

где  $\lambda = c' \cdot b$  – жесткость сопряженной пары зубьев, Н/мкм;  $c'$  – удельная нормальная жесткость пары зубьев, определяемая для колес без смещения из выражения [7]:

$$\frac{1}{c'} = (0,05139 + \frac{0,1425}{z_{V_1}} + \frac{0,1860}{z_{V_2}}), \text{ мм·мкм/Н}; \quad (3)$$

$b$  – ширина венца зубчатого колеса, мм;  $z_{V_1}$ ,  $z_{V_2}$  – эквивалентные числа зубьев шестерни и колеса, для прямозубых колес  $z_{V_1} = z_1$ ,  $z_{V_2} = z_2$ , где  $z_1$ ,  $z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса.

3. Для каждой пары зубьев по результатам измерения отклонения основных шагов зацепления шестерни  $f_{pb\eta_1}$  и колеса  $f_{pb\eta_2}$ , сближению  $w_0$  и компенсируемой масляным слоем ошибки в зацеплении  $\Delta_K$ , рассчитывается действующая ошибка в зацеплении каждой пары зубьев [4, 9]:

$$\Delta = f_{pb\eta_2} - f_{pb\eta_1} + w_0 - \Delta_K, \text{ мкм} \quad (4)$$

где  $f_{pb\eta_1}$ ,  $f_{pb\eta_2}$  – погрешность шагов зацепления шестерни и колеса, мкм;

$\Delta_K = 5 \text{ мкм}$  при  $|f_{pb\eta_2} - f_{pb\eta_1} + w_0| > 10 \text{ мкм}$  и  $\Delta_K = \frac{1}{2} |f_{pb\eta_2} - f_{pb\eta_1} + w_0|$  при  $|f_{pb\eta_2} - f_{pb\eta_1} + w_0| < 10 \text{ мкм}$ .

4. Рассчитывается динамическая нагрузка в зубчатом зацеплении каждой пары зубьев [9]:

$$U = 0,248 \cdot V \cdot \alpha \cdot b \sqrt{\frac{a_w \cdot \Delta}{u}}, \text{ Н} \quad (5)$$

где  $V$  – окружная скорость колес, м/с;  $a_w$  – межосевое расстояние, мм;  $u$  – передаточное число;  $\alpha$  – поправочный коэффициент:  $\alpha = \sqrt{L/b}$ , где  $L$  – ширина ступицы зубчатого колеса. Это связано с тем, что при выводе формулы для значений удельной динамической нагрузки принималось, что ширина ступицы зубчатого колеса  $L$  равна ширине зубчатого венца  $b$ . В данном случае  $L = 0,02 \text{ м}$ ;  $b = 0,01 \text{ м}$ , поэтому поправочный коэффициент будет равен  $\alpha = \sqrt{0,02/0,01} = 1,41$ .

5. Окружная скорость равна:

$$V = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60000}, \text{ м/с} \quad (6)$$

где  $n$  – число оборотов шестерни, об/мин.

6. Полная нагрузка, действующая в каждой паре зубьев, равна:

$$P = P_{ст} + U, \quad (7)$$

7. Контактные напряжения, действующие в зубчатом зацеплении, определяются по формуле [7]:

$$\sigma_H = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{P_{ст}}{b d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{K_A K_{H_V} K_{H_\beta} K_{H_\alpha}}, \text{ МПа} \quad (8)$$

где  $Z_E$  – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных зубчатых колес, (МПа)<sup>0,5</sup>;  $Z_H$  – коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев;  $Z_\varepsilon$  – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий;  $K_A$  – коэффициент, учитывающий внешнюю динамическую нагрузку;  $K_{H_V}$  – коэффициент, учитывающий внутреннюю динамическую нагрузку;  $K_{H_\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий;  $K_{H_\alpha}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

8. По найденным значениям  $\sigma_H$  определяется его логарифм –  $\lg \sigma_H$ .

9. По измеренной твердости зубьев предварительно определяется базовое число циклов напряжений  $N_{H\lim}$ , соответствующее пределу выносливости (точка перегиба кривой усталости):

$$N_{H\lim} = 30H_{HB}^{2,4} \leq 120 \cdot 10^6. \quad (9)$$

10. Ориентировочно, по данным [7] рассчитывается предел контактной выносливости:

$$\sigma_{Hp} = \sigma_{H\lim} Z_W Z_L Z_R Z_v Z_x, \quad (10)$$

где  $\sigma_{H\lim}$  – предел выносливости поверхностных слоев зубьев;  $Z_R$  – коэффициент, учитывающий влияние шероховатости поверхностей зубьев;  $Z_L$  – коэффициент, учитывающий влияние вязкости смазочного материала;  $Z_v$  – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости;  $Z_x$  – коэффициент, учитывающий размер зубчатого колеса;  $Z_W$  – коэффициент, учитывающий влияние перепада твердостей материалов сопряженных поверхностей зубьев.

Полученные расчетные данные используются как ориентировочные при выборе режимов экспериментальных исследований контактной выносливости и позволяют более обоснованно контролировать полученные результаты.

Методические подходы к обработке результатов при проведении испытаний по традиционной схеме [2] могут быть использованы и в данном случае, где каждая пара сопряженных зубьев рассматривается как отдельный объект испытаний. Это позволяет построить кривые усталости, подвергнув результаты испытаний совместной статистической обработке (объединяя пары зубьев с близкими значениями предельных контактных напряжений в группы соответствующие определенным уровням нагружения) методом корреляционного анализа с составлением линейного корреляционного уравнения.

#### 1. Установление параметров уравнения кривой усталости.

К настоящему времени является общепринятым линейная зависимость между  $\ln \sigma_H$  и  $\ln N$  для большого участка левой ветки кривой усталости (до числа циклов соответствующих малоциклового усталости) [2, 8]. Аналитически зависимость между указанными величинами представляется в виде уравнения:

$$\sigma_H^{q_H} N = C, \quad (11)$$

где  $C$  – константы, определяемые для линейных участков кривой усталости:

$$C = \sigma_{H\lim}^{q_H} N_{H\lim}, \quad (12)$$

$q_H$  – показатель степени, зависящий от материала колес, способа химико-термической обработки, напряженного состояния, вида усталостного разрушения.

2. Уравнения кривых контактной усталости, соответствующие требуемым вероятностям неразрушения представляются в виде [8]:

$$\lg \sigma_H = -\frac{1}{q_{H0,5} + K_b S_m} \lg N + \lg \sigma_H + \frac{1}{q_{H0,5} + K_b S_m} (\lg N + K_b S_{Nr}), \quad (13)$$

где  $\lg \sigma_H$ ,  $\lg N$  – средние значения логарифмов напряжений и логарифмов числа циклов до разрушения, вычисляемые из выражений:

$$\lg \sigma_H = \frac{\sum \lg \sigma_H}{n}; \quad (14)$$

$$\lg N = \frac{\sum \lg N}{n}; \quad (15)$$

$q_{H0,5}$  – показатель степени кривой усталости, соответствующий вероятности неразрушения  $P = 50\%$ :

$$q_{H0,5} = r \frac{S_{\lg N}}{S_{\lg \sigma_H}}; \quad (16)$$

$S_m$  – распределение основного отклонения коэффициента регрессии:

$$S_m = \frac{S_{\lg N}}{S_{\lg \sigma_H}} \sqrt{\frac{1-r^2}{n}}; \quad (17)$$

$S_{Nr}$  – условное основное отклонение:

$$S_{Nr} = S_{\lg N} \sqrt{1-r^2}; \quad (18)$$

$K_b$  – коэффициент, соответствующий кривой усталости с определенной вероятностью неразрушения, определяемый из таблицы 1 [8]:

Таблица 1 – Значение коэффициента  $K_b$  в зависимости от вероятности неразрушения

Вероятность неразрушения, %	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$K_b$	1,24	0,85	0,53	0,25	0,00	-0,25	-0,53	-0,85	-1,24

$S_{\lg \sigma_H}$ ,  $S_{\lg N}$  – средние квадратичные отклонения соответственно логарифмов напряжений и числа циклов до разрушения, определяемые по формулам:

$$S_{\lg \sigma_H} = \sqrt{\frac{\sum (\lg \sigma_H - \lg \sigma_H)^2}{n-1}}, \quad (19)$$

$$S_{\lg N} = \sqrt{\frac{\sum (\lg N - \lg N)^2}{n-1}}; \quad (20)$$

$n$  – число объектов испытаний;  $r$  – коэффициент корреляции, определяемый по формуле:

$$r = \frac{\Sigma(\lg N - \lg \sigma_H)(\lg \sigma_H - \lg \sigma_H)}{(n-1)S_{\lg N} S_{\lg \sigma_H}}. \quad (21)$$

**Результаты испытаний.** Ресурсные испытания экспериментальных зубчатых колес велись на стенде с замкнутым силовым контуром

I. Исходные параметры экспериментальных зубчатых колес.

1. Число зубьев: шестерни  $z_1=40$ , колеса  $z_2=40$ .
2. Нормальный модуль  $m=3$  мм.
3. Ширина венца: шестерни  $b_1=10$  мм, колеса  $b_2=10$  мм.
4. Коэффициент смещения исходного контура  $x_1=x_2=0$ .
5. Степень точности передачи – 7-B.
6. Циклограмма нагружения: постоянная нагрузка  $M_1=117,7$  Нм.
7. Частота вращения ведущего колеса –  $n_1=1500$  мин<sup>-1</sup>.
8. Марка стали шестерни и колеса – 40Х.
9. Способ упрочняющей обработки шестерни и колеса – закалка при нагреве ТВЧ.
10. Твердость поверхности зуба шестерни и колеса (средняя) – 50 HRC.
11. Твердость сердцевин зуба шестерни и колеса (средняя) – 30 HRC.

II. Определение геометрических и кинематических параметров.

1. Угол зацепления:  $\alpha_{tw} = 20^\circ$ .
2. Межосевое расстояние:  $a_w = \frac{z_1+z_2}{2} m = \frac{40+40}{2} \cdot 3 = 120$  мм.
3. Делительный диаметр:  $d_1 = mz_1 = 3 \cdot 40 = 120$  мм;  $d_2 = mz_2 = 3 \cdot 40 = 120$  мм.
4. Коэффициент торцового перекрытия:

$$\varepsilon_\alpha \approx 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) = 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \right) = 1,72.$$

5. Эквивалентные числа зубьев:  $z_{v1} = z_1 = 40$ ,  $z_{v2} = z_2 = 40$ .
6. Окружная скорость:  $V = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{6000} = \frac{\pi \cdot 120 \cdot 1500}{60000} = 9,42$  м/с.
7. Передаточное число:  $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{40} = 1$ .

III. Расчет контактных напряжений в каждой паре сопрягаемых зубьев.

1. Окружная сила:  $P_{CT} = \frac{2000 \cdot M_1}{d_1} = \frac{2000 \cdot 117,7}{120} = 1962$  Н.
2. Удельная нормальная жесткость зубьев:

$$\frac{1}{c'} = 0,05139 + \frac{0,1425}{z_{v1}} + \frac{0,1860}{z_{v2}} = 0,05139 + \frac{0,1425}{40} + \frac{0,1860}{40} = 0,0596 \frac{\text{мм} \cdot \text{мкм}}{\text{Н}};$$

$$c' = \frac{1}{0,0596} = 16,83 \frac{\text{Н}}{\text{мм} \cdot \text{мкм}}.$$

$$\text{Жесткость сопряженной пары зубьев: } C = c' \cdot b = 16,8 \cdot 10 = 168 \frac{\text{Н}}{\text{мкм}}.$$

3. Сближение по нормали не ударяющейся пары зубьев:

$$w_0 = \frac{P_{CT}}{C} = \frac{1962}{168} = 11,7 \text{ мкм}.$$

4. Действующая ошибка в зацеплении каждой пары зубьев определена по формуле (4). Для пары зубьев 1/4 (таблица 2)  $f_{pb1} = 8$  мкм,  $f_{pb2} = 28$  мкм. Тогда  $f_{pb2} - f_{pb1} + w_0 = 28 - 8 + 11,7 = 31,7 > 10$  мкм. Поэтому  $\Delta_K = 5$  мкм;  $\Delta = 28 - 8 + 11,7 - 5 = 26,7$  мкм. Расчеты  $\Delta$  для всех пар зубьев даны в таблице 2.

5. Динамическая нагрузка в зацеплении каждой пары зубьев находится из (5). Для пары зубьев 1/4:  $U = 0,248 \cdot 9,42 \cdot 1,41 \cdot 10 \sqrt{\frac{120 \cdot 26,7}{1}} = 1866,8$  Н.

6. Полная нагрузка, действующая в каждой паре зубьев:  $P = P_{CT} + U$ . Для пары зубьев 1/4:  $P = 1962 + 1866,8 = 3828,8$  Н.

7. Контактные напряжения, действующие в зубчатом зацеплении каждой пары:  $\sigma_H = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{P_{CT}}{b d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{K_A K_{Hv} K_{H\beta} K_{H\alpha}}$ . Для стальных зубчатых колес  $Z_E = 190$ .

$$\text{Для прямозубых колес } Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_{tw}} \sqrt{\frac{2}{\tan \alpha_{tw}}} = \frac{1}{\cos 20^\circ} \sqrt{\frac{2}{\tan 20^\circ}} = \frac{1}{0,949} \sqrt{\frac{2}{0,364}} = 2,49. \text{ Коэффициент}$$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4 - 1,72}{3}} = 0,872. \text{ Передаточное число } u = \frac{z_1}{z_2} = \frac{40}{40} = 1.$$

$$\text{Коэффициенты } K_{H\beta} = K_{H\alpha} = 1; K_A = 1, K_{Hv} = 1 + \frac{U}{P_{CT}}. \text{ Для пары зубьев}$$

$$1/4 K_{Hv} = 1 + \frac{1866,8}{1962} = 1,951.$$

$$8. \sigma_H = 190 \cdot 2,49 \cdot 0,872 \sqrt{\frac{1962}{10 \cdot 120} \cdot \frac{1+1}{1}} \cdot \sqrt{1 \cdot 1,951 \cdot 1 \cdot 1} = 1124,5 \text{ МПа}.$$

Результаты расчета для каждой пары зубьев приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения погрешностей шагов зацепления шестерни и колеса, действующей ошибки в зацеплении пары зубьев, нагрузок и контактных напряжений

№№ зацепляющихся зубьев (ведущ./ведомое)	Погрешность шага зацепления на зубе, мкм		Действующая ошибка в зацеплении пары зубьев, Δ, мкм	Динамическая нагрузка, $U_{дин}$ , Н	Полная нагрузка, $P$ , Н	Коэффициент динамичности $K_{Hv}$	Контактное напряжение в зацепляющихся зубьях $\sigma_H$ , МПа	Lg $\sigma_H$
	Колесо №1 ведущее	Колесо №2 ведомое						
1/4	8	28	26,7	1866,8	3828,8	1,951	1042,0	3,02
2/5	6	27	27,7	1902,5	3864,5	1,970	1046,8	3,02
3/6	10	25	21,7	1683,8	3445,8	1,858	1016,8	3,01
4/7	6	26	26,7	1867,8	3829,8	1,952	1042,0	3,02
5/8	5	27	28,7	1936,5	3898,5	1,987	1051,5	3,02
6/9	5	31	32,7	2067,1	4029,1	2,054	1068,9	3,03
7/10	8	26	24,7	1796,5	3758,5	1,902	1032,4	3,01
8/11	2	24	28,7	1936,5	3898,5	1,987	1051,5	3,02
9/12	5	26	27,7	1902,5	3864,5	1,970	1046,9	3,02
10/13	6	23	23,7	1759,8	3721,8	1,897	1027,3	3,01
11/14	7	22	21,7	1683,8	3645,8	1,858	1016,8	3,01
12/15	11	22	17,7	1520,8	3482,8	1,775	993,8	3,00
13/16	12	24	18,7	1563,1	3525,1	1,797	999,8	3,00
14/17	11	16	11,7	1236,4	3198,4	1,630	952,3	2,98
15/18	14	18	10,7	1182,3	3144,3	1,603	944,3	2,98
16/19	10	13	8,7	1066,2	3028,2	1,543	926,7	2,97
17/20	9	5	3,9	713,9	2675,2	1,364	871,0	2,94
18/21	16	8	1,9	498,3	2460,3	1,254	835,3	2,92
19/22	10	6	3,9	713,9	2675,9	1,364	871,0	2,94
20/23	14	14	6,7	935,8	2897,8	1,477	906,5	2,96
21/24	12	11	5,7	863,1	2825,1	1,440	897,3	2,95
22/25	11	12	8,7	1066,2	3028,2	1,543	926,7	2,97
23/26	6	15	15,7	1432,3	3394,3	1,730	981,1	2,99
24/27	13	12	5,7	863,1	2825,1	1,440	897,3	2,95
25/28	15	22	13,7	1337,9	3299,9	1,682	967,4	2,99
26/29	12	12	6,7	935,7	2897,7	1,477	906,5	2,96
27/30	12	9	4,4	758,3	2720,3	1,386	878,3	2,94
28/31	16	18	8,7	1066,3	3028,3	1,543	926,7	2,97
29/32	12	20	14,7	1385,9	3347,9	1,706	974,3	2,99
30/33	11	11	6,7	935,8	2897,8	1,477	906,5	2,96
31/34	8	17	15,7	1432,3	3394,3	1,730	981,1	2,99
32/35	7	10	9,7	1125,7	3087,7	1,574	935,7	2,97
33/36	10	10	6,7	935,8	2897,8	1,477	906,5	2,96
34/37	7	3	3,9	713,9	2675,9	1,364	871,1	2,94
35/38	5	-4	1,4	427,7	2398,7	1,218	823,2	2,91
36/39	4	3	5,7	863,1	2825,1	1,440	897,3	2,95
37/40	6	6	6,7	935,8	2897,8	1,477	906,5	2,96
38/1	2	22	16,7	1477,3	3439,3	1,753	987,6	2,99
39/2	3	25	28,7	1936,5	3898,5	1,987	1051,5	3,02
40/3	3	26	29,7	1970,3	3932,3	2,004	1056,0	3,02

9. Расчетное значение базового числа циклов напряжений:  $N_{Hlim} = 30H_{HB}^{2,4}$ .

По данным [7]  $H_{HRC}=50$  соответствует  $H_{HB}=480$ .  $N_{Hlim} = 30 \cdot 480^{2,4} = 81,7 \cdot 10^6$ .

10. Расчетное значение предела контактной выносливости  $\sigma_{Hp}$ :

$$\sigma_{Hp} = \sigma_{Hlim} Z_L Z_R Z_v Z_x Z_W.$$

По данным [7]  $\sigma_{Hlim} = H_{RC} \cdot 17 + 200 = 50 \cdot 17 + 200 = 1050$  МПа. При

$Z_R=0,9$ ;  $Z_L=0,98$ ;  $Z_v=1$ ;  $Z_x=1$ ;  $Z_W=1$ ;  $\sigma_{Hp} = 1050 \cdot 0,9 \cdot 1 \cdot 0,98 \cdot 1 \cdot 1 = 927$  МПа.

В таблице 3 приведены результаты ресурсных испытаний зубчатой пары (колесо № 1 – ведущее, колесо № 2 – ведомое). Для пар зубьев, начиная с номера 20/23 и далее ниже в таблице 3 указаны значения чисел циклов и соответствующие им числа часов наработки, при которых наступает усталостное выкрашивание в соответствии с критерием выбраковочного состояния [10]. Число таких пар  $n = 31$ .

Таблица 3 – Нарботка пар зубьев зубчатых колес до выбраковки

№№зацепляющихся зубьев (ведущ./ведомое)	Контактное напряжение в зацепляющихся зубьях $\sigma_H$ , МПа	Lg $\sigma_H$	Число циклов нагружения $N$ до выбраковки	Lg $N$	Число часов
35/38	823,2	2,91			
18/21	835,3	2,92			
19/22;17/20; 34/37	871,0	2,94			
27/30	878,3	2,94			
36/39;24/27; 21/24	897,3	2,95			
20/23;26/29;30/33; 33/36;37/40	906,5	2,96	$108,0 \cdot 10^6$	8,03	1200
16/19;28/31; 22/25	926,7	2,97	$99,0 \cdot 10^6$	7,99	1100
32/35	935,7	2,97	$99,0 \cdot 10^6$	7,99	1100
15/18	944,3	2,98	$99,0 \cdot 10^6$	7,99	1100
14/17	952,3	2,98	$99,0 \cdot 10^6$	7,99	1100
25/28	967,4	2,99	$93,8 \cdot 10^6$	7,96	1000
29/32	974,3	2,99	$93,8 \cdot 10^6$	7,96	1000
23/26;31/34	981,1	2,99	$93,8 \cdot 10^6$	7,96	1000
38/1	987,6	2,99	$81,7 \cdot 10^6$	7,912	900
12/15	993,8	3,00	$81,7 \cdot 10^6$	7,912	900
13/16	999,8	3,00	$81,7 \cdot 10^6$	7,912	900
3/6;11/14	1016,8	3,01	$71,1 \cdot 10^6$	7,852	800
10/13	1027,3	3,01	$71,1 \cdot 10^6$	7,852	800
7/10	1032,4	3,01	$71,1 \cdot 10^6$	7,852	800
1/4;4/7	1042,0	3,02	$71,1 \cdot 10^6$	7,852	800
2/5;9/12	1046,8	3,02	$61,9 \cdot 10^6$	7,792	700
5/8;39/2;8/11	1051,5	3,02	$61,9 \cdot 10^6$	7,792	700
40/3	1056,0	3,02	61,9	7,792	700
6/9	1068,9	3,03	53,8	7,732	600

1. Среднее значение логарифмов напряжений равно:

$$\lg \sigma_H = \frac{\sum \lg \sigma_H}{n} = \frac{1}{31}(5 \cdot 2,96 + 4 \cdot 2,97 + 2 \cdot 2,98 + 5 \cdot 2,99 + 2 \cdot 3,00 + 4 \cdot 3,01 + 8 \cdot 3,02 + 3,03) = \frac{92,82}{31} = 2,99.$$

2. Среднее значение логарифмов числа циклов:

$$\lg N = \frac{\sum \lg N}{n} = \frac{1}{31}(5 \cdot 8,03 + 6 \cdot 7,99 + 4 \cdot 7,94 + 3 \cdot 7,9 + 6 \cdot 7,82 + 6 \cdot 7,75 + 7,71) = \frac{244,7}{31} = 7,89$$

3. Средние квадратичные отношения соответственно логарифмов напряжений:

$$S_{\lg \sigma_H} = \sqrt{\frac{\sum (\lg \sigma_H - \lg \sigma_H)^2}{n-1}} = 0,013.$$

4. Средние квадратичные отношения числа циклов:

$$S_{\lg N} = \sqrt{\frac{\sum (\lg N - \lg N)^2}{n-1}} = 0,077.$$

5. Коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\sum (\lg N - \lg N)(\lg \sigma_H - \lg \sigma_H)}{(n-1)S_{\lg N}S_{\lg \sigma_H}} = -0,97.$$

6. Показатель степени кривой контактной усталости, соответствующий вероятности неразрушения  $P = 50\%$ :

$$q_{H_{0,5}} = |r| \frac{S_{\lg N}}{S_{\lg \sigma_H}} = 0,97 \frac{0,077}{0,013} = 5,80.$$

7. Распределение основного отклонения коэффициента регрессии:

$$S_m = \frac{S_{\lg N}}{S_{\lg \sigma_H}} \sqrt{\frac{1-r^2}{n}} = \frac{0,077}{0,013} \sqrt{\frac{1-(0,97)^2}{31}} = 0,26.$$

8. Условное основное отклонение:

$$S_{Nr} = S_{\lg N} \sqrt{1-r^2} = 0,013 \sqrt{1-(0,97)^2} = 3,1 \cdot 10^{-3}.$$

9. При вероятности неразрушения  $P = 90\%$  показатель степени кривой усталости:

$$q_{H_{0,9}} = q_{H_{0,5}} + k_b S_m = 5,8 - 1,24 \cdot 0,26 = 5,47.$$

При вероятности неразрушения  $P = 10\%$  показатель степени кривой усталости:

$$q_{H_{0,1}} = 5,8 + 1,24 \cdot 0,26 = 6,13.$$

10. Кривые усталости при вероятности неразрушения  $P = 10\%, 50\%, 90\%$  показаны на рисунке 1. Маркерами обозначены значения  $\lg \sigma_H$  и  $\lg N$ , при которых на зубьях имело место выкрашивание (рисунок 2), маркерами со

стрелкой – контактные напряжения, соответствующие пределу выносливости и ниже этого уровня. За предел контактной выносливости принято напряжение на паре зубьев 24/27:  $\sigma_{HP} = 897,3$  МПа,  $\lg \sigma_{HP} = 2,953$ .

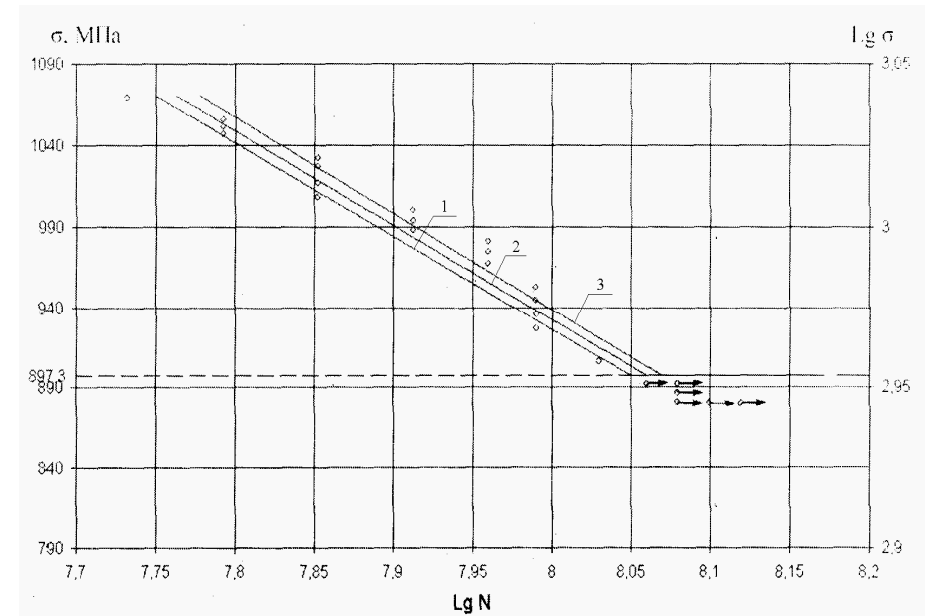


Рисунок 1 – Кривые усталости при вероятности неразрушения  $P=90\%$  (1),  $50\%$  (2),  $10\%$  (3)

11. Базовое число циклов напряжений  $N_{H \lim}$  (точка перегиба кривой усталости) определяется из уравнения (13) для значения  $\sigma_H = \sigma_{HP} = 897,3$  МПа.

$$\lg N_{H \lim} = +(q_{H_{0,5}} + k_b S_m)(\lg \sigma_H - \lg \sigma_{HP}) + \lg N + k_b S_{Nr}. \quad (22)$$

$$\text{Для } P = 50\% \quad N_{H \lim_{0,5}} = 99,5 \cdot 10^6 \quad (\lg N_{H \lim_{0,5}} = 7,998),$$

$$P = 10\% \quad N_{H \lim_{0,1}} = 102,7 \cdot 10^6 \quad (\lg N_{H \lim_{0,1}} = 8,011),$$

$$P = 90\% \quad N_{H \lim_{0,9}} = 96,6 \cdot 10^6 \quad (\lg N_{H \lim_{0,9}} = 7,985).$$

Кривые контактной усталости рабочих поверхностей зубьев, построенные по результатам ресурсных испытаний с использованием предложенного нами метода и полученные традиционными методами [2, 8] практически идентичны друг другу, что подтверждает правомочность методического подхода, при котором каждая пара сопряженных зубьев рассматривается как отдельный объект испытаний.

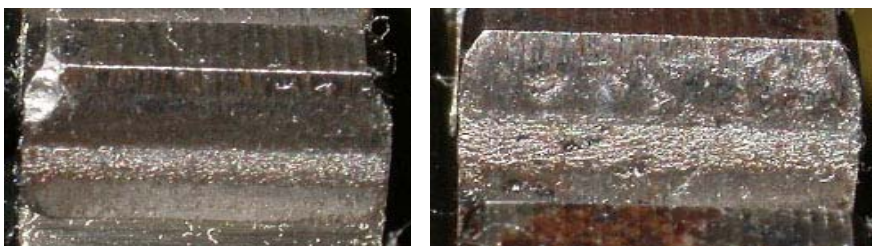


Рисунок 2 – Рабочая поверхность зубьев при достижении ими выбраковочного состояния

**Выводы.** Разработан способ ускоренных испытаний и методика построения кривых контактной выносливости по результатам испытаний ограниченного числа зубчатых колес. Эффективность ее применения обеспечивается за счет определения нагрузки в динамически нагруженном зубчатом зацеплении, что в сочетании с анализом прочностных свойств рабочих поверхностей взаимодействующих сопряжений и рассмотрением каждого зуба передачи как отдельного объекта исследований, позволяет прогнозировать их сравнительный ресурс по износостойкости и контактной выносливости зубьев по результатам испытаний уже одной пары зубчатых колес. Предлагаемая методика позволяет более чем на порядок уменьшить длительность трудоемких и дорогостоящих ресурсных испытаний зубчатых колес за счет сокращения числа испытываемых образцов, дает возможность увеличить в несколько раз объем получаемых экспериментальных данных развития износных и усталостных повреждений рабочих поверхностей зубьев испытываемых колес, значительно повысить информативность испытаний, ускорить внедрение новых перспективных материалов и технологий упрочнения, улучшающих эксплуатационные свойства зубчатых передач приводных механизмов.

**Список литературы:** 1. Ускоренные испытания изделий машиностроения / Н.И. Афанасьев, В.А. Дьяченко, О.В. Дьяченко и др. – Мн.: Беларуская навука, 1997. – 109с. 2. Школьник М. Методика усталостных испытаний. Справочник. М.: Металлургия, 1978. – 304с. 3. Пат. 4261 С2 ВУ, МПК G 01 M 13/02. Способ вибрационной диагностики нагруженности зубьев зубчатых передач при испытаниях / Берестнев О.В., Ишин Н.Н., Басинюк В.Л., и др. – № а 19980960; Заявл. 21.10.1998; Афицыйны бюлетэнь / Дзярж. пат. камітэт Рэсп. Беларусь. – 2001. – №4. – С. 171-172. 4. Петрушевич А.И., Генкин М.Д., Гринкевич В.К. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колесами. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – 134с. 5. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. – 288с. 6. Берестнев Я.О., Ишин Н.Н. Новые методы экспериментального определения критериальных параметров динамических систем приводных механизмов: Монография. – Мн.: УП "Технопринт", 2004. – 117с. 7. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Издательство стандартов, 1988. – 125с. 8. Берестнев О.В., Соболев А.С. Исследования влияния технологии окончательной обработки зубчатых колес на их работоспособность (информационные материалы). – М.: 1971. – 107с. 9. Решетов Д.Н. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1989. – 496с. 10. О.В. Берестнев. Самоустанавливающиеся зубчатые колеса. – Мн.: Наука и техника, 1983. – 312с.

Поступила в редколлегию 25.04.09

**О.Ю. КЛАДОВА**, к.т.н., доцент каф. теоретической механики и машиноведения НАКУ "ХАИ"

**В.Н. САПРЫКИН**, к.т.н., профессор каф. теоретической механики и машиноведения НАКУ "ХАИ"

**И.Г. ШЕБАНОВ**, к.т.н., профессор каф. теоретической механики и машиноведения НАКУ "ХАИ"

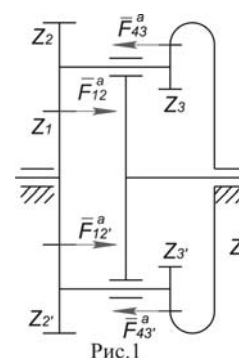
## К СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ТИПА АІ С КОСОЗУБЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ КОЛЁСАМИ

Показано методику синтеза планетарных механизмов типа АІ с косозубыми колесами при условиях уравнивания осевых усилий. Доведено возможность передавать с использованием таких механизмов значимо больших усилий при повышенной плавности передачи.

Method of synthesis under condition of axial forces equilibrium of AI planetary gear mechanism with helical wheels is presented. Possibility of transmission of high load with increased softness of gearing is revealed.

**Актуальность задачи.** Планетарные зубчатые механизмы с косозубыми цилиндрическими колёсами позволяют передавать значительно большие мощности, чем прямозубые при более высокой плавности движения и одинаковых габаритах. При этом возникающие в зацеплениях косозубых цилиндрических колёс осевые силы могут быть уравновешены.

Между тем вопросам синтеза таких механизмов в учебной и научной литературе уделяется недостаточное внимание.



**Анализ литературы.** Отдельные вопросы синтеза планетарных механизмов с косозубыми цилиндрическими колёсами изложены в [1]. Однако отсутствует рассмотрение проблемы синтеза, особенно с учётом уравнивания осевых сил.

**Цель статьи.** Представить вопросы синтеза наиболее распространённого планетарного механизма типа АІ, но с косозубыми цилиндрическими колёсами, при уравновешенных осевых силах.

**1. Вопросы синтеза планетарного механизма типа АІ с косозубыми цилиндрическими колёсами, у которых осевые силы уравновешены.** На рисунке 1 показана схема планетарного механизма типа АІ с двумя блоками сателлитов. Для предотвращения действия осевых сил на корпус механизма достаточно уравновесить осевые силы сателлитов  $\bar{F}_{12}^a, \bar{F}_{43}^a, \bar{F}_{12}^{a'}, \bar{F}_{43}^{a'}$ .